

文章编号:1001-5078(2024)06-0852-06

· 激光器技术 ·

## 可移动光学超稳腔的研制及其稳定性测试

高蓓<sup>1</sup>, 蒋源<sup>1</sup>, 彭文鑫<sup>2</sup>, 李松浓<sup>2</sup>, 丁会<sup>1</sup>, 苏殿强<sup>1</sup>, 姬中华<sup>1</sup>, 赵延霆<sup>1</sup>

(1. 山西大学激光光谱研究所, 山西太原 030006; 2. 国网重庆市电力公司电力科学研究院, 重庆 400015)

**摘要:**可移动超稳腔可以减小环境振动对激光稳定性带来的影响, 适合振动强度较大的运输条件。本文展示了一种由低膨胀系数玻璃制作的光学谐振腔, 并测试了激光锁定到该可移动超稳腔的频率稳定性。支杆固定于金属热屏蔽罩内的机械设计使其具有良好的稳定性和可移动性。采用短延迟自外差干涉法测量了激光器锁定到超稳腔后的线宽, 并且借助振动平台测试其稳定性。实验发现锁定后的激光器线宽和振动频率存在线性关系, 激光器线宽会随着振动加速度增大出现饱和效应。去除振动时激光线宽可以恢复到无振动时的数值, 证实该超稳腔具有较高稳定性。

**关键词:**可移动超稳定光学腔; 超稳激光; PDH锁频; 激光线宽; 短延迟自外差干涉; 相干包络谱

中图分类号: TN249; O436 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1001-5078.2024.06.002

## Development and stability test of movable ultra-stable optical cavity

GAO Bei<sup>1</sup>, JIANG Yuan<sup>1</sup>, PENG Wen-xin<sup>2</sup>, LI Song-nong<sup>2</sup>, DING Hui<sup>1</sup>, SU Dian-qiang<sup>1</sup>,

JI Zhong-hua<sup>1</sup>, ZHAO Yan-ting<sup>1</sup>

(1. Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;

2. State Grid Chongqing Electric Power Research Institute, Chongqing 400015, China)

**Abstract:** The movable ultra-stable optical cavity can reduce the influence of environmental vibration on laser stability, and suitable for transportation conditions with high vibration intensity. This paper demonstrates an optical resonator made of ultra-low expansion coefficient glass, and the frequency stability of the laser locking to the movable ultra-stable cavity is tested. The mechanical design of the struts fixed inside the metal heat shielding provides good stability and mobility. In this paper, the laser linewidth locking to the super-stable cavity is measured using short-delay heterodyne interferometry and its stability is tested with the help of a vibration platform. It is found that the laser linewidth is lineally dependent on the vibration frequency and gradually increases to a saturated valued with the increase of vibration acceleration. The laser line width can be restored to the value in the absence of vibration when the vibration is removed, confirming the high stability of the super-stable cavity.

**Keywords:** movable ultra-stable cavity; ultra-stable laser; PDH locking technique; laser linewidth; short-delay self-heterodyne interferometry; coherent envelope spectrum

基金项目: 国家电网公司科技项目 (No. 5700-202127198A-00-00) 资助。

作者简介: 高蓓, 女, 主要从事激光光谱技术研究。E-mail: 13610631576@163.com

通讯作者: 姬中华, 男, 博士, 主要从事冷原子分子的精密测量, 相干制备和量子计算相关方面的理论和实验研究。

E-mail: jzh@sxu.edu.cn

收稿日期: 2023-11-10

## 1 引言

超稳激光具有较高的频率稳定性、超窄的光谱线宽和超低的频率噪声,被广泛应用于物理学测量领域,例如引力波探测、暗物质探索、光学频率标准、超低相位噪声微波信号产生、激光雷达等<sup>[1-7]</sup>。目前,获得超稳激光的主要方法是利用 Pound-Drever-Hall (PDH) 稳频技术将激光器锁频到超低膨胀系数(Ultra-Low Expansion, ULE)的光学腔共振反射峰<sup>[8-13]</sup>。激光器的频率不稳定性  $\Delta\nu/\nu$  正比于光学腔的长度不稳定性  $\Delta L/L$ , ULE 光学腔具有极低的热膨胀系数(ppb K-2 量级),因此可以实现激光器输出频率的长期稳定<sup>[14]</sup>。然而光学腔的长期稳定性还受到其他因素的影响:空腔内的布朗热噪声、环境温度的不稳定性 and 机械设计的不稳定性。只有当这些因素对光学腔腔长的影响最小时,才能使该光学腔和激光达到良好的耦合,因此基于超稳光学腔的超稳激光系统通常运行在良好的实验室环境。对于实验室以外的应用,如用于大地测量学和基础物理实验的空间测试<sup>[15-17]</sup>,希望进一步降低环境扰动对超稳激光的影响,因此研究能避免环境振动和噪声影响的可移动超稳腔,对研究可移动超稳激光具有重要意义。

当前国内外有很多研究小组对超稳光学腔进行了深入研究。2009年,美国国家标准技术研究院(NIST)设计了一种直径为5 cm的球形光学参考腔,该光学参考腔通过腔体径向的两点进行支撑,不适合振动强度较大的运输条件<sup>[18]</sup>。2011年,美国国家航空航天局(NASA)研制了一种梭形光学参考腔,该光学腔通过三个支撑点均匀地支撑在梭形中间的圆盘上,结构和安装比较容易,安装时对光学腔的垂直角度要求较高<sup>[19]</sup>。2013年,美国国家标准技术研究院设计了一种球形腔,该光学腔通过不锈钢弹簧固定在与腔体正交的球形垫片上<sup>[20]</sup>。2014年,中国科学院武汉物理与数学研究所提出了一种长为10 cm的长方体光学腔,采用支柱固定在 ULE 腔每个面的凸台上<sup>[21]</sup>。2023年,中国科学院国家授时中心(NTSC)使用了一种八角固定的正方体光学参考腔,该光学腔的边长为5 cm,实现了1700 km的稳定性测试<sup>[22]</sup>。以上这些研究小组都设计了自己特殊的光学腔结构,测试了基于超稳光学腔的锁频激光频率受加速度的影响和频率稳定性,但缺少对光学腔在振动条

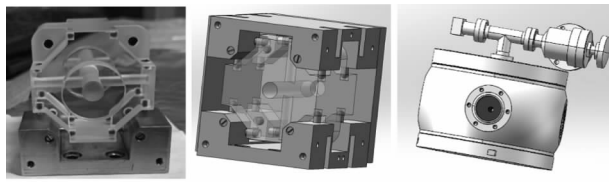
件下激光线宽的研究。

本实验中,设计并制造了一套放置于高真空中可精确控温的可移动超稳光学腔系统,并进行了激光线宽稳定性测试。具体地,我们在光学腔腔体的三个正交方向上采用四点支撑的方式保持了该可移动超稳腔的稳定性,然后采用 PDH 锁频技术对一台半导体激光器进行了频率锁定,测量了锁频后的激光线宽受外部振动频率和振动幅度的影响,记录了连续工作条件下激光线宽的变化范围,测量结果显示该光学腔可以满足可搬运要求。

## 2 实验装置

### 2.1 可移动光学腔的结构设计

可移动光学腔由50 mm × 50 mm × 50 mm的立方体 ULE 材料切割而成,如图1(a)所示。腔镜采用一个平面镜和一个凹面镜,材质为熔融石英玻璃,凹面镜的曲率半径为0.5 m,镀膜中心为1550 nm,沿着腔轴有一个直径8 mm的通光孔,腔镜采用光胶技术被键合在该通光孔上。与腔轴正交的方向上有一个直径5 mm的通孔,用来实现通光孔内所需的真空条件。腔体的八个角起到支撑作用,每个角的三个面分别钻有4 mm的凹槽用来固定支杆,在支杆和 ULE 腔体之间放置氟橡胶球作为缓振材料,避免支杆与 ULE 腔直接接触造成腔体的形变和损坏。光学腔在三个正交方向的移动都被支杆限制,保证了该光学腔具有很好的结构稳定性。为了进一步降低热辐射对腔体的影响,本实验所用的辐射屏蔽罩材料为紫铜,如图1(b)所示。辐射屏蔽罩与光学腔通过支杆连接,支杆的另一侧有螺纹,可以跟辐射屏蔽罩组装在一起,该辐射屏蔽腔可以屏蔽热辐射,避免真空室的温度变化以热辐射的形式直接作用于 ULE 腔体,使 ULE 腔体处在外部温度均匀的环境中。为了更进一步获得高稳定度的腔模,防止腔模漂移,还需要对光学腔体进行主动控温。在辐射屏蔽腔下底板和真空腔室之间放置一个帕尔贴,通过对屏蔽罩的温度控制来实现对光学腔的温度控制。虽然 ULE 光学腔的热膨胀系数极低,但是为了减小外界的温度变化、空气流动以及机械振动等对腔模的频率造成影响,我们还需将光学谐振腔放置在高真空环境中,如图1(c)所示,使用抽速为8 L/s的离子泵维持真空室的真空度达到 $5.7 \times 10^{-7}$  Torr。



(a) ULE光学腔 (b) 辐射屏蔽罩与ULE光学腔的连接 (c) 光学腔的真空系统

图1 可移动光学腔结构

Fig. 1 Movable optical cavity structure

## 2.2 测试可移动光学腔稳定度的实验方案

采用PDH技术将一台半导体激光器锁频到自制的超稳光学腔,然后采用短延迟自外差干涉法测锁频后的激光线宽,进而测试可移动光学腔的稳定性能。图2显示了可移动光学腔稳定性测试所采用的实验装置。一个输出波长为1557 nm的外腔反馈半导体激光器(Toptica, DLC Pro)出光后通过半波片( $\lambda/2$ )和偏振分光棱镜(PBS)分为两束。一束被耦合进光纤用于 Pound-Drever-Hall 激光稳频,如图中虚线框图所示。另一束用于激光线宽测量,如图中实行框图所示。

在激光稳频光路中,光纤输出光束通过 $\lambda/2$ 波片和偏振分光棱镜,经过匹配透镜耦合进光学谐振腔。通过调整匹配透镜的焦距和位置,我们可以调整高斯光束的光斑大小。平凹光学腔耦合高斯光束的理想腰斑公式为<sup>[23]</sup>:

$$\omega_0 = \left( \frac{\lambda^2}{\pi} L(R-L) \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

本实验中激光波长 $\lambda = 1557 \text{ nm}$ ,腔长 $L = 5 \text{ cm}$ ,凹面镜的曲率半径 $R = 0.5 \text{ m}$ ,可以得出所需要的高斯光束腰斑半径为 $\omega_0 = 272.11 \text{ }\mu\text{m}$ 。如图3所示,沿着光的传播方向每隔20 mm测量一次光斑半径,并通过高斯光束传播公式拟合得到高斯光束的腰斑半径为 $280.2 \text{ }\mu\text{m}$ 。与理论值3%的偏差可以保障整形后的光束与光学腔之间实现很好的耦合。PD1探测到的光学腔透射信号如图4(a)所示,通过信号发生器给激光器的MOD AC施加一个正弦信号,调制激光电流,PD2探测被调制的激光信号,转换成的电信号与信号发生器分出一部分正弦信号混频来对激光进行解调,解调的误差信号如图4(b)所示,之后将解调的误差信号送入PID模块(Vescent, D2-125)中,该模块对激光器的压电陶瓷进行慢反馈,同时对激光器的电流调制口进行快反馈。通过慢速和快速两路锁定,完成宽带宽激光频率的反馈控制,获得窄线宽激光,同时光学腔的超稳

特性保证锁频后的激光具有良好的长期稳定性能。

实验采用短延迟自外差干涉法(Short-Delay self-Heterodyne Interferometry, SDHI)测量激光器线宽,该方法由两路来源于同一束但延时不同的光进行拍频,通过比较拍频信号功率谱的相干包络第二峰峰值和峰谷之间的对比差(Contrast Difference with the Second Peak and the Second Trough, CDSPT)来计算激光器的线宽<sup>[24-25]</sup>。SDHI可以消除由长光纤带来的 $1/f$ 频率噪声对线宽测量产生的影响<sup>[26-27]</sup>,方法简单且成本较低。该方法中一路光经过AOM移频80 MHz以避免环境干扰对实验结果的影响,另一路光用5 km的单模光纤延迟,使用 $1 \times 2$ 的光束合束器将两束光重合,由光电探测器检测两束光的拍频信号,频谱分析仪记录拍频信号的功率谱。

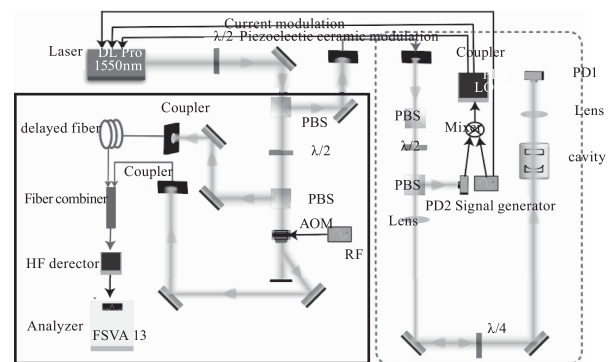


图2 可移动光学腔稳定性测试实验装置

Fig. 2 The experimental setup for the stability test of the movable optical cavity

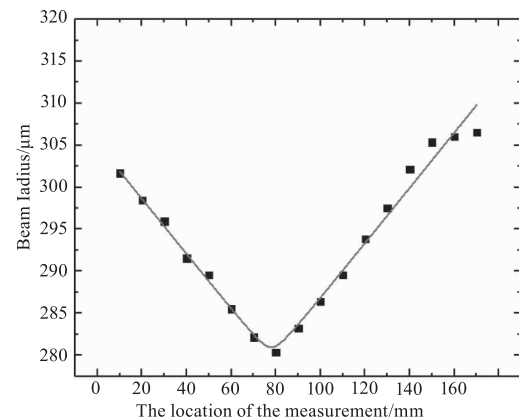
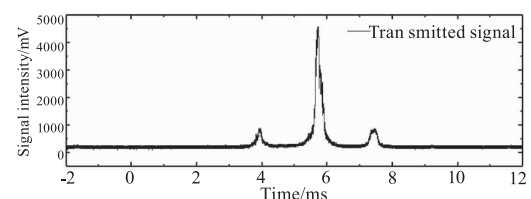
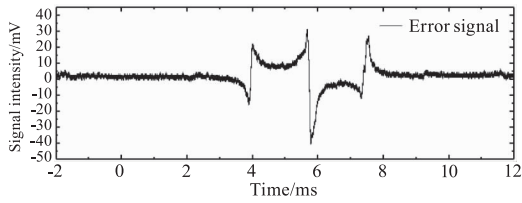


图3 腰斑半径测量

Fig. 3 The measurement of beam waist



(a) PD1探测的腔透射信号



(b)透射信号所对应的误差信号

图4 PD1 探测的腔透射信号及相应误差信号

Fig. 4 The cavity transmitted signal detected by PD1, and error signal corresponding to the transmitted signal

### 3 光学腔的性能检测

图5展示了加入PDH锁频反馈、以及在PDH锁频反馈下再加入振动扰动时的拍频功率谱信号。施加振动时选取的振动频率为30 Hz,用myRIO卡(NI公司)采集到的对应的振动加速度为0.1 g。从图5中可以看出当加入振动扰动时相干包络谱的对比度有所降低,表现在波峰与波谷的幅度差变小。为了量化激光线宽,我们通过拍频信号功率谱的CDSPST具体计算激光线宽。SDHI功率谱函数可以表示为<sup>[28-29]</sup>:

$$S(f, \Delta f) = S_1 S_2 \tag{2}$$

$$S_1 = \frac{P_0^2}{4\pi} \frac{\Delta f}{\Delta f^2 + f^2} \tag{3}$$

$$S_2 = 1 - \exp(-2\pi\Delta f\tau_d) \times [\cos(2\pi f\tau_d) + \Delta f \frac{\sin(2\pi f\tau_d)}{f}] \tag{4}$$

其中,  $P_0$  是拍频信号的功率;  $\Delta f$  是功率谱的半高全宽(FWHM);  $f = f_1 \pm f_0$  是拍频信号的相对频率( $f_1$  是拍频信号的频率;  $f_0$  是AOM的频移);  $\tau_d$  是一条路径相对于另一条路径的光纤延长时间,它是由延迟光纤的折射率  $n$  和延迟光纤的长度  $L$  所决定的,表示为  $\tau_d = nL/c$ , 其中  $c$  为真空中的光速。

CDSPST( $\Delta S$ )可以表示为:

$$\begin{aligned} \Delta S(\Delta f) &= 10\log_{10} S_{\text{peak}} - 10\log_{10} S_{\text{trough}} \\ &= 10\log_{10} S\left(\frac{2L-1}{2\tau_d}, \Delta f\right) - 10\log_{10} S\left(\frac{m}{\tau_d}, \Delta f\right) \\ &= 10\log_{10} \left( \frac{\Delta f^2 + (m/\tau_d)^2}{\Delta f^2 + ((2L-1)/2\tau_d)^2} \cdot \frac{1 + \exp(-2\pi\Delta f\tau_d)}{1 - \exp(-2\pi\Delta f\tau_d)} \right) \end{aligned} \tag{5}$$

其中,  $S_{\text{peak}}$  为输出功率谱的波峰;  $S_{\text{trough}}$  为输出功率谱的波谷; 参数  $l = 2, 3, 4, \dots$  和  $m = 1, 2, 3, \dots$  分别表示波峰和波谷不同阶数的位置。由于频谱中心会存在较大的干扰,高阶数时又会受到背景噪声的影响,所以选择第二波峰和第二波谷的对比差来计算激光

线宽。由于光纤延迟长度和入射光(波长、偏振)的性质对光纤折射率有影响,由公式  $\tau_d = nL/c$  计算出的  $\tau_d$  值可能与实际值存在偏差。在这里,我们用从观测到的周期包络谱中推导出  $\tau_d$  的值。图6插图中显示了图5中SDSHI谱的所有谷的位置,作为相应阶数的函数。线性依赖关系反映了调制谱的周期特性。根据线性公式拟合的斜率,  $1/\tau_d = 39568.43 \text{ Hz}$ , 延迟时间推导为  $25.27 \mu\text{s}$ 。

在确定了光纤延迟时间  $\tau_d$  之后,将  $l = m = 2$  代入公式(5)绘制出CDSPST对激光线宽的依赖关系,如图6所示。根据图5中功率谱第二峰的  $\Delta S$  拟合得到PDH锁频后激光器的线宽为1580 Hz, 振动频率为30 Hz时激光器的线宽为2110 Hz。

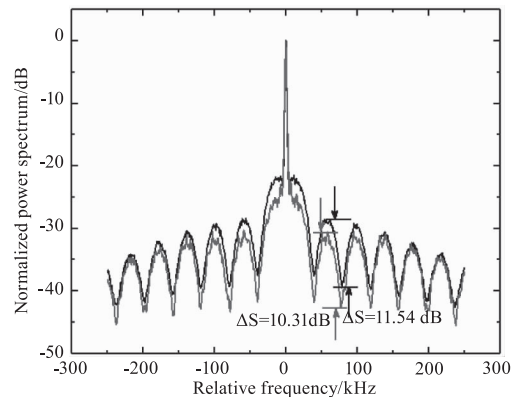


图5 频谱分析仪记录的拍频信号功率谱

Fig. 5 Power spectrum of a beat frequency signal recorded by a spectrum analyzer

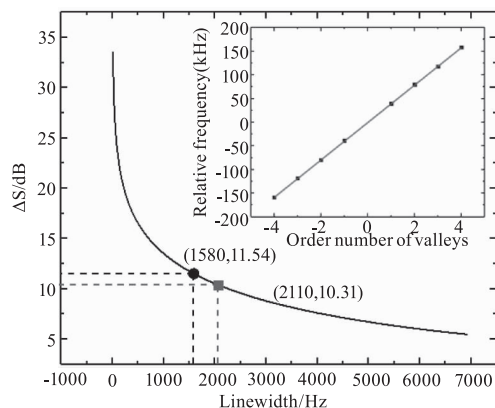


图6 估计激光线宽的CDSPST对线宽的依赖性

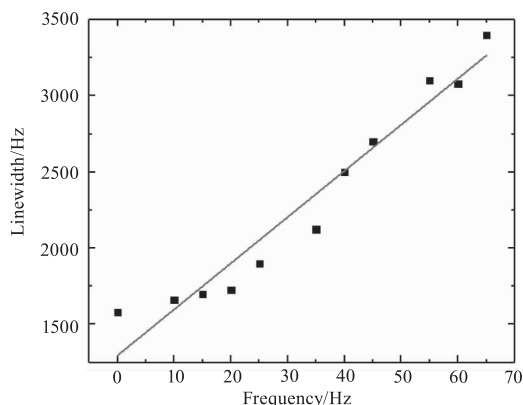
Fig. 6 The dependence of the CDSPST on the linewidth for estimating laser linewidth

为了测试自制可移动光学腔的抗扰动性能,将用于激光稳频光路的学面包板、图3虚线方框中的光学器件、以及真空腔体均固定在振动平台上,测试不同振动条件下锁频后的激光线宽。图7(a)测试了同一振动幅度下不同振动频率对激光线宽的影

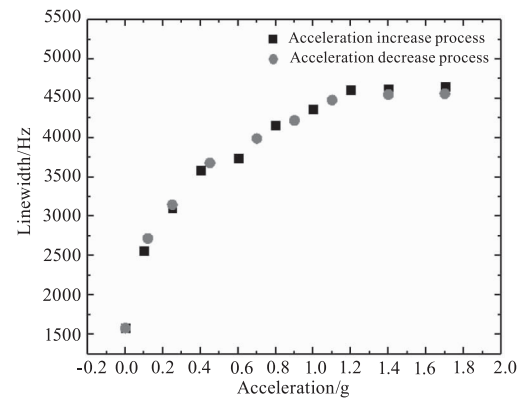
响。可以看出随着振动频率增大,激光器的线宽呈现线性增加趋势,这是由于振动平台对光学面包板的振动会导致振动通过支撑结构传递给 ULE 光学腔,超稳光学系统以及光路中的机械件振动的形变影响光学腔与激光的耦合,振动频率增加时单位时间的影响会按比例增加,因此激光器的线宽随着振动频率的增大呈线性增大。

固定振动频率为 30 Hz,测量了不同振动幅度对锁频后的激光线宽的影响,如图 7(b)所示。为了体现光学腔系统的实际运动幅度,图中横坐标记录的是由 myRIO 卡(NI 公司)采集的振动幅度下系统对应的加速度。数据显示随着加速度的增加激光线宽逐渐变宽,但当加速度高于 1.2 g 时激光线宽变化不明显,达到一个平稳状态,对应数值大约 4.6 kHz。这是由于在振动幅度达到一定程度时包括光学腔在内的光学锁频系统的形变也存在一定限度,振动幅度再增加时也不会发生大的形变。图 7(b)方块数据是按照加速度由小到大测量获得的,圆点数据是按照加速度由大到小测量获得的,可以看出当加速度再次减为 0 时(振动台停止振动),锁频后的激光线宽值可以恢复到振动前的数值,证明该超稳腔的稳定度满足可搬运的要求。

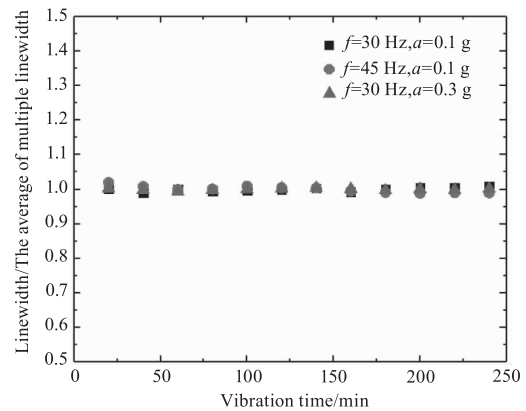
最后我们固定振动的频率和加速度,记录光学腔锁频系统在长期振动下的激光锁频后的线宽变化情况。测试时让光学腔锁频系统连续振动 240 min,每隔 20 min 采集一次频谱仪上的功率谱,得到的激光线宽,图 7(c)所示为测得的激光线宽与这些激光线宽平均值的比值。图 7(c)中方块点为振动频率 30 Hz、加速度 0.1 g,圆形点为振动频率 45 Hz、加速度 0.1 g,三角点为振动频率 30 Hz、加速度 0.3 g 的数据,从图中可以看出每组数据的线宽的变化范围都小于 2.2%,证明该超稳腔的长期稳定性较好。



(a)不同振动频率与激光线宽的关系图



(b)不同加速度与激光线宽的关系图



(c)振动时间与激光线宽的关系图

图 7 抗扰动性能测试

Fig. 7 Disturbance resistance test

#### 4 结论和讨论

设计并研制了一种在三个正交方向独立支撑的 ULE 光学超稳腔装置,利用 PDH 锁频技术将一台半导体激光器频率锁定了到该光学腔腔模,使用短延迟自外差干涉法实现了对激光器线宽的测量,研究了振动频率和振动幅度对锁频激光的影响。实验发现随着振动频率增大,激光器的线宽呈现线性增加趋势;随着振动加速度的增加激光线宽出现饱和趋势;在 4 h 连续振动下激光线宽的变化范围小于 2.2%,振动结束后激光线宽可恢复到无振动时的水平,测试数据显示该设计的光学腔满足可移动性和稳定度要求,可应用于有低频振动和外部扰动环境的超稳激光器系统。为了进一步提高该装置的稳定性,降低移动过程中锁频激光线宽,可以在光学系统平台下加装阻尼设备用来减小小振动幅度以及降低高频振动能量,还可以采取缩短光路系统、固化光学元件等措施减小光机械器件的形变。

#### 参考文献:

- [1] Edward G M, Hutson R B, Akihsa G, et al. Imaging optical frequencies with 100  $\mu$ Hz precision and 1.1  $\mu$ m reso-

- lution [ J ]. *Physical Review Letters*, 2018, 120 (10) :103201.
- [2] Brown R C, Phillips N B, Beloy K, et al. Hyperpolarizability and operational magic wavelength in an optical lattice clock [ J ]. *American Physical Society*, 2017, 119 (25) :253001.
- [3] Huntemann N, Sanner C, Lipphardt B, et al. Single-ion atomic clock with  $3 \times 10^{-18}$  systematic uncertainty [ J ]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6) :063001.
- [4] Barwood G P, Huang G, Klein H A, et al. Agreement between two  $^{88}\text{Sr}^+$  optical clocks to 4 parts in  $10^{17}$  [ J ]. *Physical Review A*, 2014, 89(5) :050501.
- [5] Sesana A, Gair J, Berti E, et al. Reconstructing the massive black hole cosmic history through gravitational waves [ J ]. *Physical Review D*, 2011, 83(4) :044036.
- [6] Rosenband T, Hume D B, Schmidt P O, et al. Frequency ratio of  $\text{Al}^+$  and  $\text{Hg}^+$  single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place [ J ]. *Science*, 2008, 319 (5871) :1808 – 1812.
- [7] Ludlow A D, Boyd MM, Ye J, et al. Optical atomic clocks [ J ]. *Review of Modern Physics*, 2014, 87(2) :637.
- [8] Leibrandt D R, Thorpe M J, Notcutt M, et al. Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments [ J ]. *Optics Express*, 2011, 19 (4) :3471 – 3482.
- [9] Kessler T, Hagemann C, Grebing C, et al. A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity [ J ]. *Nature Photonics*, 2012, 6(10) :687 – 692.
- [10] Bishof M, Martin M J, Swallows M D, et al. Inelastic collisions and density-dependent excitation suppression in a  $^{87}\text{Sr}$  optical lattice clock [ J ]. *Physical Review A*, 2011, 84 (5) :052716.
- [11] Cole G D, Zhang W, Martin M J, et al. Tenfold reduction of Brownian noise in optical interferometry [ J/OL ]. <http://arxiv.org/pdf/1302.64898>.
- [12] Christian, Hagemann, Grebing, et al. Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below  $5 \times 10^{-19}/\text{s}$  [ J ]. *Optics Letters*, 2014, 39(17) :5102 – 5105.
- [13] Wu L, Jiang Y, Ma C, et al. 0.26 Hz-linewidth ultrastable lasers at 1557nm [ J ]. *Scientific Reports*, 2016, 6 (1) :24969.
- [14] Hu S G, Qiao G C, Liu Y A, et al. Erratum; an improved memristor model connecting plastic synapse and nonlinear spiking neuron [ J ]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2019, 52:275402.
- [15] Kleppner D. Time too good to be true [ J ]. *Physics Today*, 2006, 59(3) :10 – 11.
- [16] Schiller S, Tino G M, Gill P, et al. Einstein gravity explorer-a medium-class fundamental physics mission [ J ]. *Experimental Astronomy*, 2009, 23(2) :573 – 610.
- [17] Wolf P, Ch. J. Bordé, Clairon A, et al. Quantum physics exploring gravity in the outer solar system; the sagas project [ J ]. *Experimental Astronomy*, 2009, 23 ( 2 ) : 651 – 687.
- [18] Leibrandt D R, Thorpe M J, Notcutt M, et al. Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments [ J ]. *Optics Express*, 2011, 19 (4) :3471 – 3482.
- [19] Thompson R, Vine G D, Klipstein W M, et al. A flight-like optical reference cavity for GRACE follow-on laser frequency stabilization [ C ] // *Frequency Control & the European Frequency & Time Forum. IEEE*, 2011.
- [20] Argence B, Prevost E, Lévêque T, et al. Prototype of an ultra-stable optic cavity for space applications [ J ]. *Optics Express*, 2012, 20(23) :25409.
- [21] Chen Q F, Nevsky A, Cardace M, et al. A compact, robust, and transportable ultra-stable laser with a fractional frequency instability of  $1 \times 10^{-15}$  [ J ]. *Review of Scientific Instruments*, 2014, 85(11) :113107.
- [22] Jiao D, Xu G, Gao J, et al. A portable sub-Hertz ultra-stable laser over 1700km highway transportation [ J/OL ]. <http://arxiv.org/Vc/arxiv/papers/2023/2203.1127v1.pdf>.
- [23] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators [ J ]. *Proceedings of the IEEE*, 2005, 54(10) :1312 – 1329.
- [24] Huang S, Zhu T, Cao Z, et al. Laser linewidth measurement based on amplitude difference comparison of coherent envelope [ J ]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28 (7) :759 – 762.
- [25] Huang S, Zhu T, Liu M, et al. Precise measurement of ultra-narrow laser linewidths using the strong coherent envelope [ J ]. *Scientific Reports*, 2017, 7:41988.
- [26] Richter L, Mandelberg H, Kruger M, et al. Linewidth determination from self-heterodyne measurements with sub-coherence delay times [ J ]. *IEEE J Quantum Electron*, 1986, 22(11) :2070 – 2074.
- [27] Mercer L B.  $1/f$  frequency noise effects on self-heterodyne linewidth measurements [ J ]. *Journal of Lightwave Technology*, 1991, 9(4) :485 – 493.
- [28] Chen M, Meng Z, Wang J, et al. Ultra-narrow linewidth measurement based on Voigt profile fitting [ J ]. *Optics Express*, 2015, 23(5) :6803 – 6808.
- [29] Ludvigsen H, Tossavainen M, Kaivola M. Laser linewidth measurements using self-homodyne detection with short delay [ J ]. *Optics Communications*, 1998, 155(1 – 3) :180 – 186.